

*Zbigniew Świtalski*

---

WŁASNOŚCI REGUŁ ZGODNOŚCI  
DLA PRZEDZIAŁOWYCH  
RELACJI PREFERENCJI

KONFERENCJA MPaR'23

Ustroń, 27.03.2023

# WŁASNOŚCI REGUŁ ZGODNOŚCI DLA PRZEDZIAŁOWYCH RELACJI PREFERENCJI

---

- Preferencje stopniowalne
- Preferencje przedziałowe
- Reguły (metody) określania zgodności
- Własności reguł zgodności
- Podsumowanie

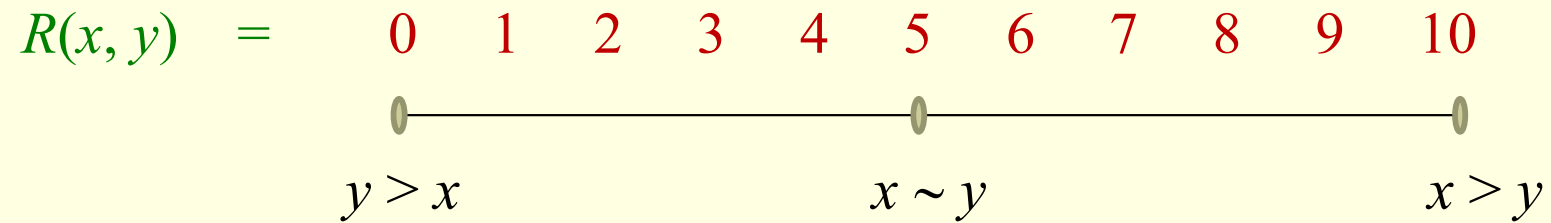
# „ROZMIĘKCZANIE” TRADYCYJNYCH MODELI PREFERENCJI

---

- Preferencje rzeczywistych decydentów są niedokładne, niepewne, nieokreślone, rozmyte itd.
- Potrzeba uwzględnienia realnych preferencji w systemach wspomaganie decyzji, systemach uczenia maszynowego, sztucznej inteligencji itp.

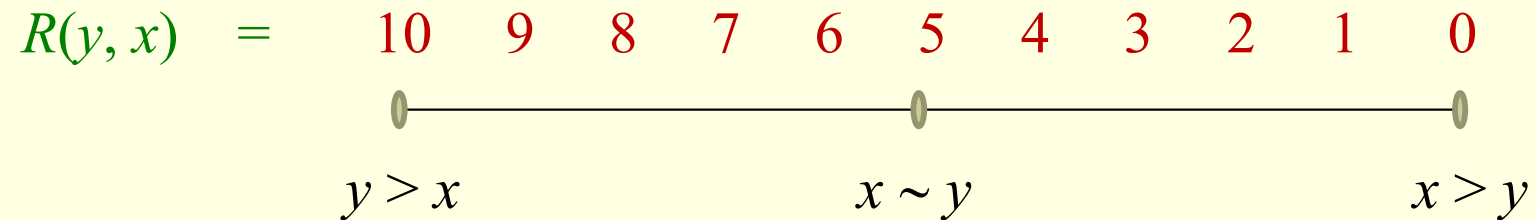
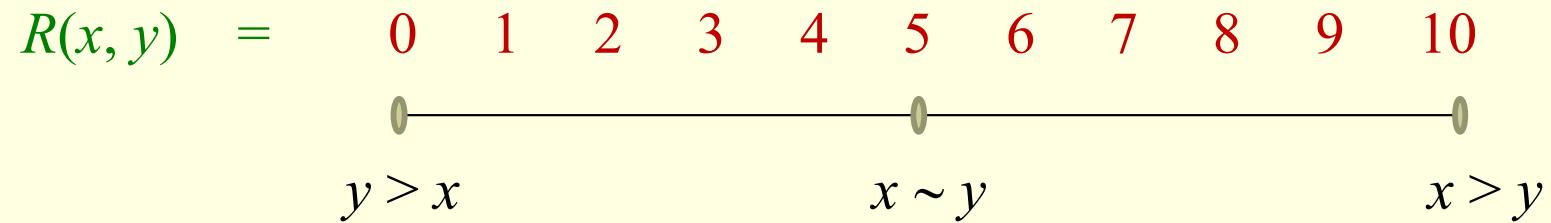
# RELACJE STOPNIOWALNE

Skala  $\{0, 1, \dots, 5, \dots, 9, 10\}$  lub  $[0, 10]$



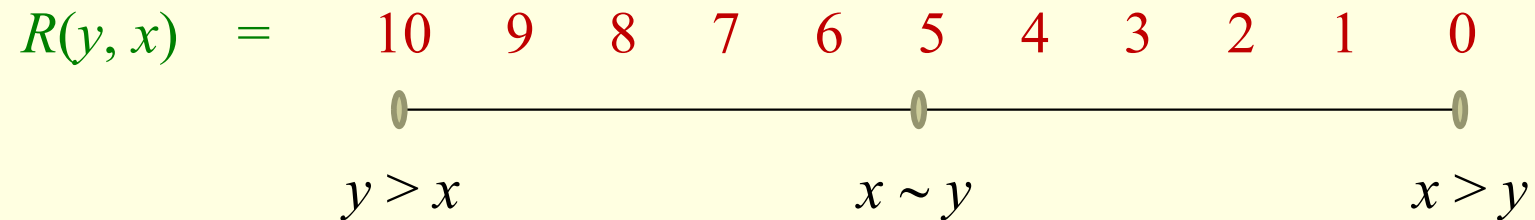
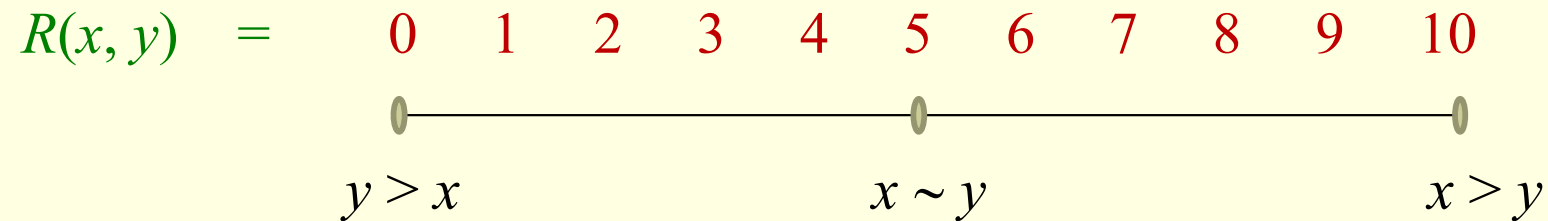
# RELACJE STOPNIOWALNE

Skala  $\{0, 1, \dots, 5, \dots, 9, 10\}$  lub  $[0, 10]$



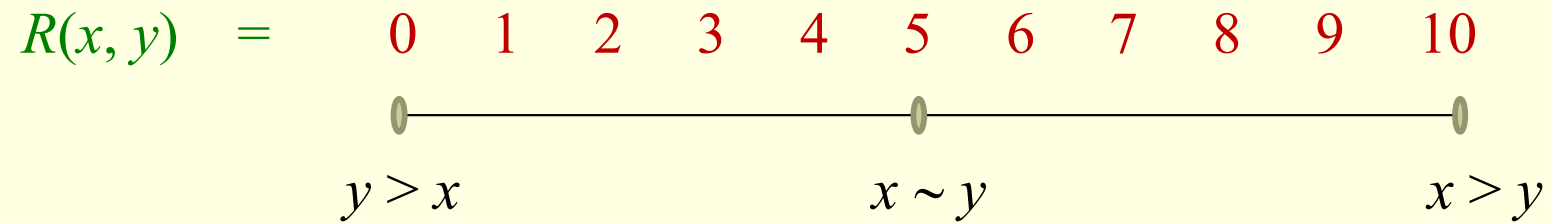
# RELACJE STOPNIOWALNE

$$R(x, y) + R(y, x) = 10 \quad (\text{odwracalność, ipsodualność, reciprocity})$$



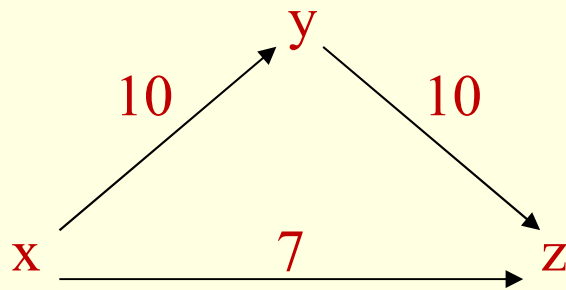
# RELACJE STOPNIOWALNE

$$R(x, y) + R(y, x) = 10$$

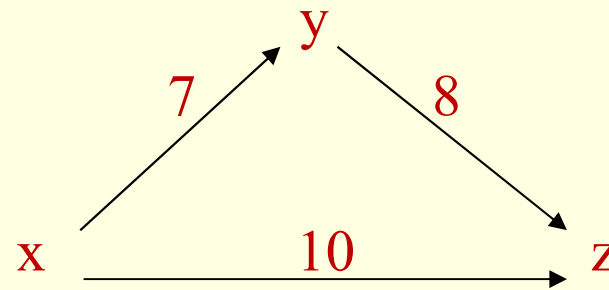


# ZGODNOŚĆ DLA RELACJI STOPNIOWALNYCH

Jakie relacje są zgodne (przechodnie, racjonalne, niesprzeczne) ?



zgodna ?

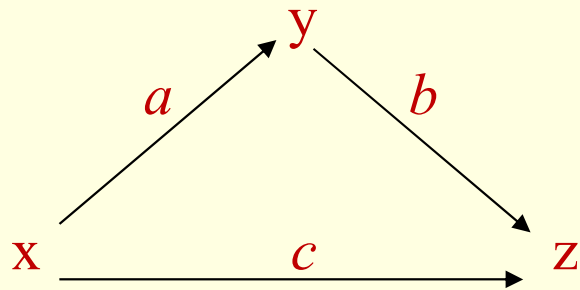


zgodna ?

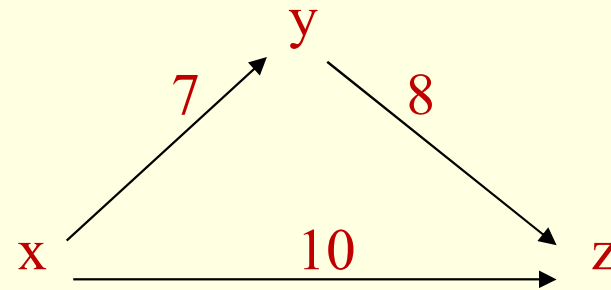


# ZGODNOŚĆ DLA RELACJI STOPNIOWALNYCH

Warunek liniowy (Tanino, 1984)



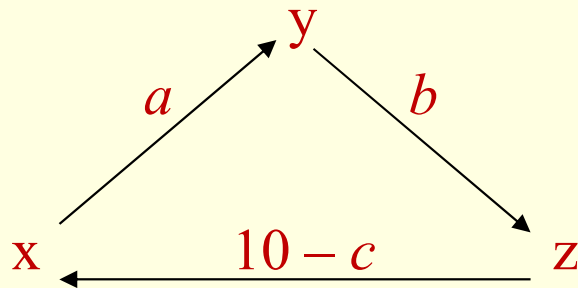
$$c = a + b - 5$$



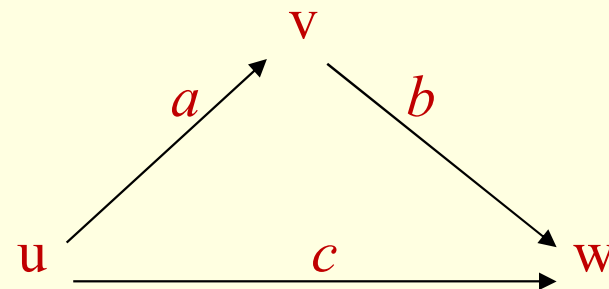
$$10 = 7 + 8 - 5$$

# ZGODNOŚĆ DLA RELACJI STOPNIOWALNYCH

Warunki równoważne



$$a + b + 10 - c = 15$$



Istnieją liczby  
 $u, v, w \in [0, 10]$  takie, że

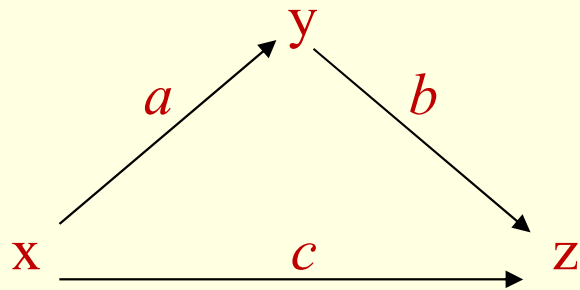
$$a = 0,5(u - v) + 5$$

$$b = 0,5(v - w) + 5$$

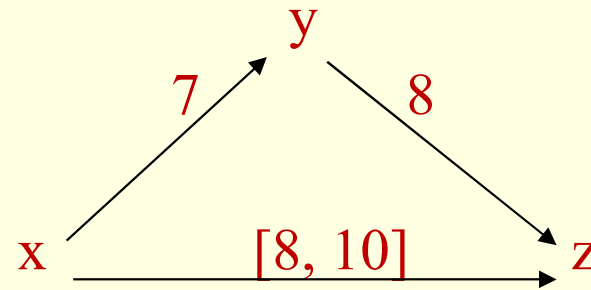
$$c = 0,5(u - w) + 5$$

# ZGODNOŚĆ DLA RELACJI STOPNIOWALNYCH

Warunek nieliniowy (Świtalski, 2003)



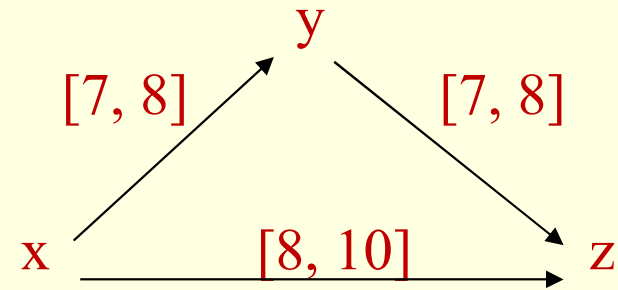
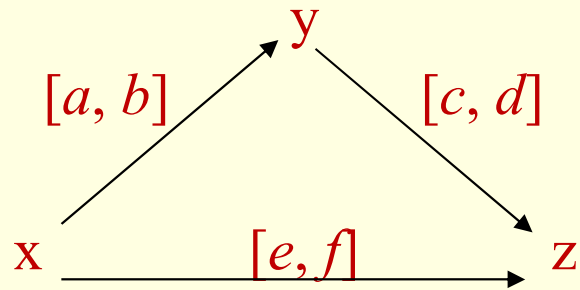
$$c \in [\max(a, b), a + b - 5]$$



$$\max(a, b) = 8$$

$$a + b - 5 = 10$$

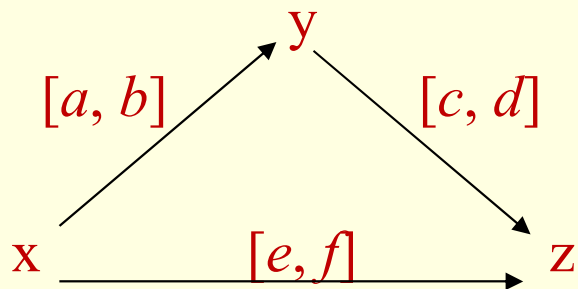
# RELACJE PRZEDZIAŁOWE



zgodna ?

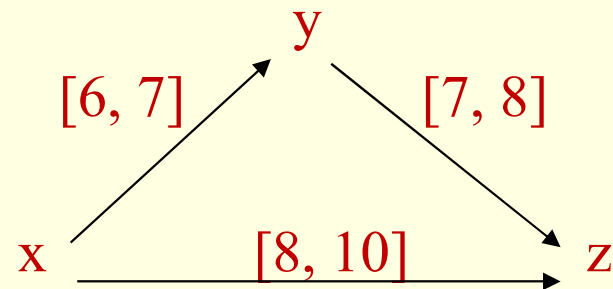
# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Metoda LZF (Liu, Zhang, Fu, 2012)



$$e = a + c - 5$$

$$f = b + d - 5$$

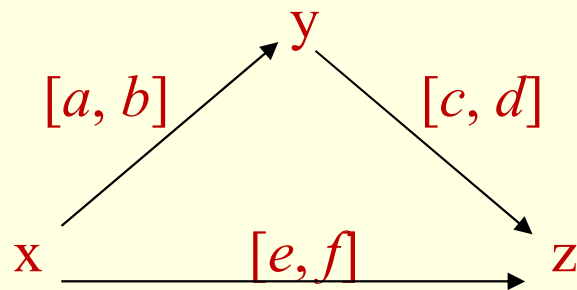


$$8 = 6 + 7 - 5$$

$$10 = 7 + 8 - 5$$

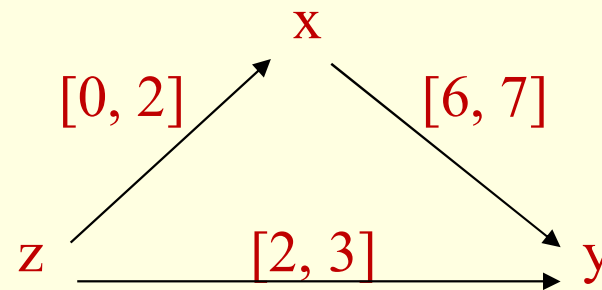
# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Permutujemy zbiór  $\{x, y, z\} \rightarrow \{z, x, y\}$



$$e = a + c - 5$$

$$f = b + d - 5$$

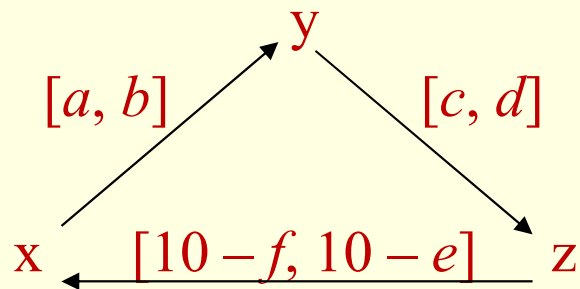


$$2 \neq 0 + 6 - 5$$

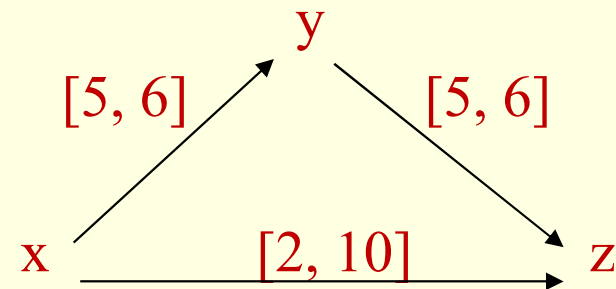
LZF-zgodność zależy od kolejności ustawienia elementów  $\{x, y, z\}$  !

# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Metoda WL (Wang, Li, 2012)



$$a + b + c + d + 10 - f + 10 - e = 30$$

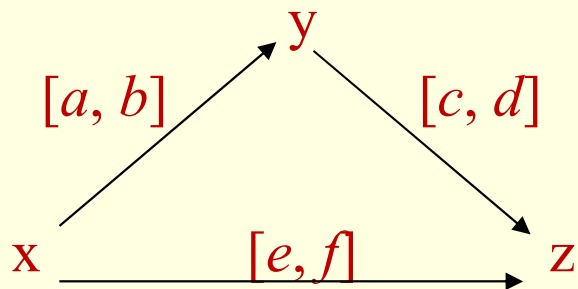


$$5 + 6 + 5 + 6 + 0 + 8 = 30$$

Metoda WL nie spełnia warunku przechodniości !  
(jest niezmiennicza ze względu na permutacje)

# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Metoda K (Krejci, 2017)



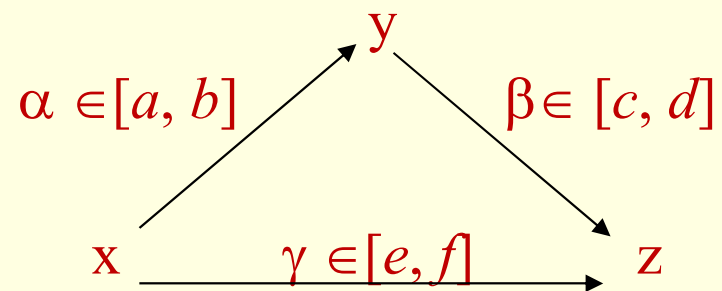
Istnieją liczby

$$\alpha \in [a, b] \quad \beta \in [c, d], \quad \gamma \in [e, f] \quad \text{takie, że} \quad \gamma = \alpha + \beta - 5$$



# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Metoda K (Krejci, 2017)

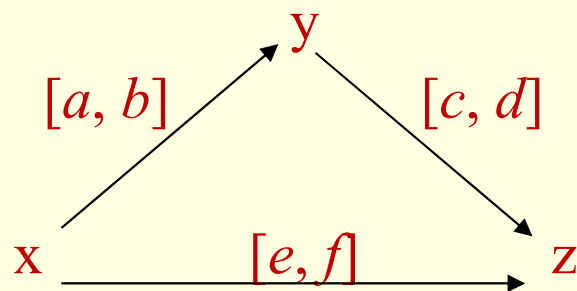


Istnieją liczby

$$\alpha \in [a, b] \quad \beta \in [c, d], \quad \gamma \in [e, f] \quad \text{takie, że} \quad \gamma = \alpha + \beta - 5$$

# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Metoda K (Krejci, 2017)



Nie spełnia warunku przechodniości  
Niezmiennicza ze względu na permutacje

Istnieją liczby

$$u, v, w \in [0, 10]$$

oraz

$$\alpha \in [a, b] \quad \beta \in [c, d], \gamma \in [e, f] \quad \text{takie, że}$$

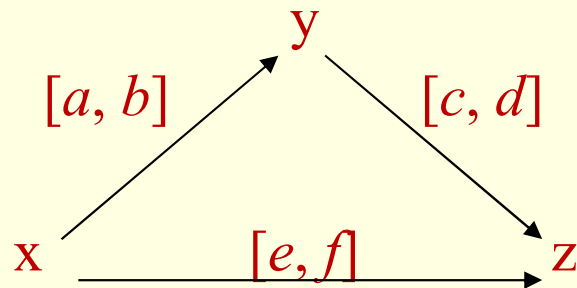
$$\alpha = 0,5(u - v) + 5$$

$$\beta = 0,5(v - w) + 5$$

$$\gamma = 0,5(u - w) + 5$$

# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Metoda XU (Xu, 2007)



Nie spełnia warunku przechodniości  
Niezmiennicza ze względu na permutacje

Istnieją liczby  
oraz

$$u, v, w \in [0, 10]$$

$$\alpha \in [a, b] \quad \beta \in [c, d], \gamma \in [e, f] \quad \text{takie, że}$$

$$\alpha = 0,5(u - v) + 5$$

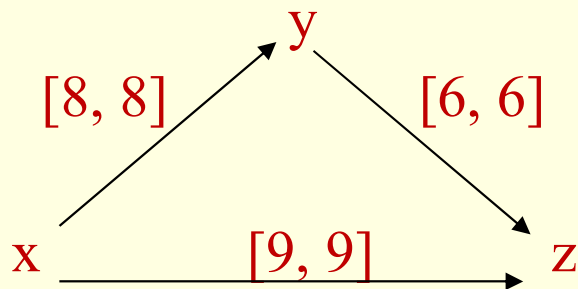
$$\beta = 0,5(v - w) + 5$$

$$\gamma = 0,5(u - w) + 5$$

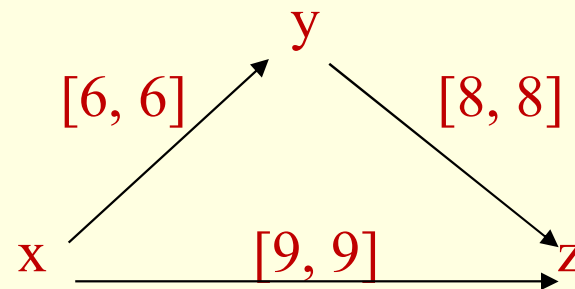
$$u + v + w = 10$$

# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Metoda XU nie spełnia warunku symetrii !



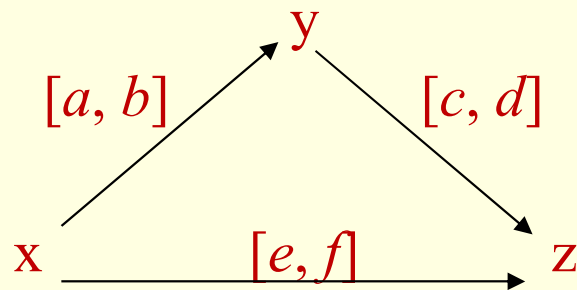
Jest XU-zgodna



Nie jest XU-zgodna !

# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Silna metoda Krejci SK (Krejci, 2017)



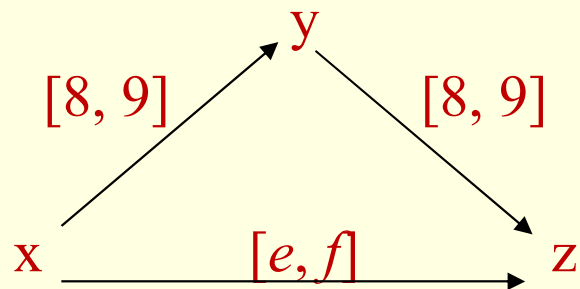
Spełnia warunek przechodniości  
Niezmienicza ze względu na permutacje  
Spełnia warunek symetrii

$$[e, f] \subseteq [a + c - 5, b + d - 5]$$

(podobnie dla innych permutacji)

# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Metoda SK nie spełnia warunku niepustości !



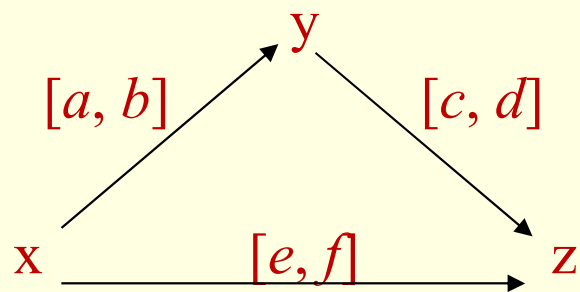
Nie można znaleźć przedziału  $[e, f]$  tak, żeby relacja była SK-zgodna

$$[e, f] \subseteq [11, 13]$$

Niemożliwe !

# REGUŁY (METODY) OKREŚLANIA ZGODNOŚCI DLA RELACJI PRZEDZIAŁOWYCH

Metoda CON (Świtalski, 2022)



Spełnia warunek przechodniości  
Niezmieniczna ze względu na permutacje  
Spełnia warunek symetrii  
Spełnia warunek niepustości

$$[e, f] \subseteq [\max(a, c), b + d - 5] \quad (a, b, c, d \geq 5)$$

(podobnie dla innych permutacji)

# POŻĄDANE WŁASNOŚCI DOBREJ METODY

Relacja M-zgodna to relacja zgodna według metody M

## 1. Niezmienniczość ze względu na permutacje (PI)

Relacja  $R$  ma własność PI jeśli

$R$  jest M-zgodna  $\Leftrightarrow R^\sigma$  jest M-zgodna

( $R^\sigma$  jest to relacja otrzymana z  $R$  za pomocą permutacji  $\sigma$ )

## 2. Przechodniość (TR)

Relacja  $R$  ma własność TR jeśli dla dowolnego  $\alpha \geq 5$ :

$R$  jest M-zgodna oraz  $[a, b] \geq \alpha$ ,  $[c, d] \geq \alpha \Rightarrow [e, f] \geq \alpha$



# POŻĄDANE WŁASNOŚCI DOBREJ METODY

---

## 3. Symetria (SYM)

Relacja  $R$  ma własność SYM jeśli

$R$  jest M-zgodna  $\Leftrightarrow R^s$  jest M-zgodna

( $R^s$  jest to relacja otrzymana z  $R$  poprzez zamianę  $[a, b]$  i  $[c, d]$ )

## 4. Niepustość (NE)

Relacja  $R$  ma własność NE jeśli

Dla dowolnych  $[a, b]$  i  $[c, d]$  istnieje  $[e, f]$  takie, że relacja

$R = ([a, b], [c, d], [e, f])$  jest M-zgodna

# POŻĄDANE WŁASNOŚCI DOBREJ METODY

---

## 5. 3-redukowalność (3R)

Relacja  $R$  ma własność 3R jeśli

$R$  jest  $M$ -zgodna w zbiorze  $X \Leftrightarrow$

$R$  jest  $M$ -zgodna w dowolnym 3-elementowym podzbiorze zbioru  $X$

# TABELA WŁASNOŚCI POSZCZEGÓLNYCH METOD

	LZF	WL	K	XU	SK	CON
PI	-	+	+	+	+	+
TR	+	-	-	-	+	+
SYM	+	+	+	-	+	+
NE	-	-	-	-	-	+
3R	+	+	+	-	+	+

# LITERATURA

---

- [1] J. Krejčí, On additive consistency of interval fuzzy preference relations, *Comput. Ind. Eng.* 107 (2017) 128–140,
- [2] F. Liu, W.G. Zhang, J.H. Fu, A new method of obtaining the priority weights from an interval fuzzy preference relation, *Inf. Sci.* 185 (2012) 32–42,
- [3] Z.J. Wang, K.W. Li, Goal programming approaches to deriving interval weights based on interval fuzzy preference relations, *Inf. Sci.* 193 (2012) 180–198,
- [4] Z. Xu, A survey of fuzzy preference relations, *Int. J. Gen. Syst.* 36 (2007) 179–203,
- [5] Z. Świtalski, General consistency conditions for fuzzy interval-valued preference relations, *Fuzzy Sets Syst.* 443(A) (2022) 137-159